2024年度　前期A方式入学試験問題

理系型受験

◆機械工学科
◆機械システム工学科
◆電気電子工学科
◆建築学科／建築専攻（理系型）
◆建築学科／インテリアデザイン専攻（理系型）
◆建築学科／かおりデザイン専攻（理系型）
◆建築学科／都市空間インフラ専攻（理系型）
◆情報システム学科
◆情報デザイン学科（理系型）
◆総合情報学科（理系型）

数　　学

受験上の注意

※必須教科を含め３教科受験型です。受験する教科数に過不足があると判定しない場合がありますので注意してください。

1．受験票は、机の端の見える位置に置いてください。

2．**解答用紙はマークシート（解答用紙 A）が１枚、記述（解答用紙 B）が１枚**です。

3．試験監督者の指示により、氏名、入学試験種別、受験型、受験番号をマークシート（解答用紙 A）と解答用紙 B の指定された場所に必ず記入・マークしてください。

4．試験開始の合図があるまで、この問題用紙の中を見てはいけません。

5．試験開始後は、試験終了まで退室できません。

6．用件のある場合は、手を挙げてください。

7．解答は、マークシート（解答用紙 A）と解答用紙 B のそれぞれ指定された解答欄に記入・マークしてください。
問題用紙の余白は計算に使用しても結構です。

8．マークシート（解答用紙 A）の記入上の注意

（ア）マークシート（解答用紙 A）に、正しく記入・マークされていない場合は、採点できないことがあります。

（イ）マークは、鉛筆もしくはシャープペンで、ていねいにマークしてください。また、訂正の場合は消しゴムで完全に消してください。

（ウ）解答はマークシート（解答用紙 A）に記載のマーク例を参考に解答欄にマークしてください。

9．問題用紙は持ち帰ってください。

10．※印の欄には記入しないでください。

［1］次の「ア」から「フ」までの $\boxed{}$ にあてはまる 0 から 9 までの数字を，解答用紙Aにマークせよ。ただし，根号内の平方因数は根号外にくくり出し，分数は既約分数で表すこと。

（1） $x=\dfrac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$，$y=\dfrac{1}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ のとき，

$$xy=\frac{\sqrt{\boxed{ア}}}{\boxed{イ}},\quad x+y=\frac{\boxed{ウ}+\sqrt{\boxed{エ}}}{\boxed{オ}},\quad x^3+y^3=\frac{\boxed{カ}+\boxed{キ}\sqrt{\boxed{ク}}}{\boxed{ケ}}$$

である。

（2） あるクラスの生徒 20 人の英語の試験の得点の平均値は 62.9 点であったが，点検の結果 1 人の生徒の得点が 70 点から 76 点に変更になり，英語の得点の平均値は $\boxed{コ}\boxed{サ}.\boxed{シ}$ 点となった。同じクラスの生徒 19 人の数学の試験の得点の平均値は 58 点であったが，遅れて受験した 1 人の得点が 80 点で，20 人全員の数学の得点の平均値は $\boxed{ス}\boxed{セ}.\boxed{ソ}$ 点となった。同じクラスの生徒 20 人の国語の試験の得点の平均値は 60 点，分散は 312 であったが，点検の結果 2 人の生徒の得点がそれぞれ 70 点から 80 点，62 点から 52 点に変更となり，国語の得点の分散は $\boxed{タ}\boxed{チ}\boxed{ツ}$ となった。

（3） AB $=7$，BC $=3$，CA $=5$ である △ABC の内心を I とし，直線 AI と辺 BC の交点を P とする。このとき，$\cos A=\dfrac{\boxed{テ}\boxed{ト}}{\boxed{ナ}\boxed{ニ}}$，BP $=\dfrac{\boxed{ヌ}}{\boxed{ネ}}$，$\dfrac{\mathrm{IP}}{\mathrm{AI}}=\dfrac{\boxed{ノ}}{\boxed{ハ}}$，△ABC の内接円の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{ヒ}}}{\boxed{フ}}$ である。

［2］次の「ア」から「ツ」までの $\boxed{}$ にあてはまる 0 から 9 までの数字を，解答用紙Aにマークせよ。ただし，根号内の平方因数は根号外にくくり出し，分数は既約分数で表すこと。

（1） $f(x)=2x^2-4x+3$ とする。放物線 $y=f(x)$ の頂点 A の座標は $\left(\boxed{ア},\boxed{イ}\right)$ であり，放物線 $y=f(x)$ と y 軸の交点 B の座標は $\left(\boxed{ウ},\boxed{エ}\right)$ である。また，直線 AB の方程式は $y=-\boxed{オ}x+\boxed{カ}$ であり，点 C$(5,3)$ と直線 AB との距離は $\boxed{キ}\sqrt{\boxed{ク}}$ である。さらに，$0<a<1$ のとき，放物線 $y=f(x)$ 上の点 P$(a,f(a))$ に対し，△ABP の面積が最大となる a の値は $a=\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$ であり，そのときの面積は $\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}$ である。

（2） $\log_3 x=1$ を満たす x は $x=\boxed{ス}$ であり，

$2\log_3 2+\log_3 y=1+\log_3(4+y)$ を満たす y は $y=\boxed{セ}\boxed{ソ}$ である。

また，$a\leqq b\leqq c$ である整数の組 (a,b,c) は

$$\log_3 a+\log_3 b+\log_3 c=1+\log_3(a+b+c)$$

を満たすとする。このとき，ab の最大値は $\boxed{タ}$，a の最大値は $\boxed{チ}$ であり，このような組 (a,b,c) は全部で $\boxed{ツ}$ 個ある。

［３］の解答は，解答用紙Ｂの指定された欄に記入してください。

［３］$\triangle$ABC において，辺 BC を $4:1$ に内分する点を D とする。定数 k に対して，点 P は $\overrightarrow{\mathrm{PA}} - 4\overrightarrow{\mathrm{PB}} - 3\overrightarrow{\mathrm{PC}} = -2k\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ を満たすとする。

（１）$\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を用いて表せ。

（２）$\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$, k を用いて表せ。

（３）点 P が辺 BC 上にあるときの k の値を求め，そのときの $\triangle$ABC と $\triangle$ABP の面積の比を求めよ。

（４）$\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ が平行になるときの k の値を求め，そのときの $\triangle$ABC と $\triangle$ABP の面積の比を求めよ。

［４］の解答は，解答用紙Ｂの指定された欄に記入してください。

［４］次の (A) または (B) のいずれか一方を選択して解答せよ。解答用紙Ｂの選択欄 (A), (B) については，選択した方を○で囲むこと。

(A) 定数 $a > 0$ に対して，$f(x) = x^3 - ax^2$, $g(x) = -4x$ とする。

（１）$f(x)$ の極値を求めよ。

（２）曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(0, 0)$ における接線の方程式を求めよ。

（３）曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = g(x)$ が接するときの a の値を求めよ。

（４）曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = g(x)$ が接するとき，曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = g(x)$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

(B) $f(x) = \dfrac{1}{\tan x}$, $g(x) = \dfrac{1}{\tan^2 x}$ とする。

（１）導関数 $f'(x)$, $g'(x)$ を求めよ。

（２）曲線 $y = g(x)$ 上の点 $\left(\dfrac{\pi}{4}, g\left(\dfrac{\pi}{4}\right)\right)$ における接線 ℓ の方程式を求めよ。

（３）不定積分 $\displaystyle\int g(x)dx$ を求めよ。

（４）曲線 $y = g(x)$ $\left(0 < x < \dfrac{\pi}{2}\right)$, 接線 ℓ および直線 $x = \dfrac{\pi}{3}$ で囲まれた部分の面積を求めよ。